

«КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ И ФИНАНСОВ
Кафедра математики и экономической информатики

Методическая разработка по дисциплине

**«Теория вероятностей и математическая
статистика»**

для проведения практических занятий и самостоятельных
работ со студентами заочной формы обучения,
обучающихся по направлению 080100.62 «Экономика»

Казань 2012

Составители:

зав.кафедрой, профессор **Марданов Р.Ш.**,

к.ф.-м.н., доцент **Воронцова В.Л.**,

к.ф.-м.н., доцент **Хасанова А.Ю.**,

к.ф.-м.н., ст. преп. **Опокина Н.А.**

Рецензент:

к.ф.-м.н., доцент **Султанов Р.А.**

Обсуждена на заседании кафедры математики и экономической информатики, протокол № 10 от 02.06.11.

Утверждена Учебно-методической комиссией института, протокол № 5 от 01.06.12 г.

Введение

Методическая разработка способствует системному изучению дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» студентами заочного факультета, обучающимися по направлению «Экономика» и включает: вопросы для обсуждения, контрольные вопросы, практические задания и задания для самостоятельной работы студентов, список литературы.

Практические занятия по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» проводятся с целью изучения и усвоения студентами теоретических вопросов дисциплины. Уровень усвоения студентами теоретического материала проверяется посредством опроса по основным вопросам темы.

Контрольные вопросы и задания предназначены для проверки качества усвоения лекционного материала. Ответы на контрольные вопросы и задания готовятся студентами самостоятельно и проверяются преподавателем на семинарских и практических занятиях.

Решение задач в рамках практических занятий позволяет студентам применить теоретические знания, полученные на лекционных и семинарских занятиях.

Контрольную работу студенты выполняют в виде компьютерного тестирования по одной из тем базы экзаменационных тестов, которая выбирается студенту компьютером случайным образом. Электронный вариант базы экзаменационных тестов хранится в библиотеке КГФЭИ. Студенты могут получить их в любое время.

Решением Ученого Совета института на заочном факультете введена балльно-рейтинговая система оценки знаний студентов. Для формирования текущего рейтинга по второму блоку на занятиях по разделам курса «Теория вероятностей и математическая статистика» будут проводиться контрольные работы, письменные опросы. Для подготовки к ним в методической разработке приводятся примерные варианты заданий.

Основная часть

Тема 1. Элементы комбинаторики (для самостоятельного изучения)

Вопросы для изучения

1. Основные формулы комбинаторики.
2. Формула числа перестановок.
3. Формула числа сочетаний.
4. Формула числа размещений.
5. Принцип суммы и произведения.

Контрольные вопросы

1. Что такое перестановки?
2. Что такое сочетания?
3. Что такое размещения?
4. В чем заключаются правила суммы и произведения?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№ 11.24-11.46.

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.2. / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 2001 –с .5-10
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р.А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. –с. 224-225.

Тема 2. Основные понятия и теоремы теории вероятностей (1 занятие)

Вопросы для обсуждения

1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей.
2. Случайные события, их виды.

3. Классическое определение вероятности.
4. Относительная частота наступления события.
5. Теоремы сложения вероятностей совместных и несовместных событий.
6. Теоремы умножения вероятностей зависимых и независимых событий.
7. Вероятность появления хотя бы одного события.
8. Формула полной вероятности.
9. Формула Байеса.

Практические задания

Выполнить задания [2]: №№ 11.1-11.12, 11.24-11.33, 11.47-11.61, 11.76-11.104, 11.116-11.126, 11.138-11.156 .

Контрольные вопросы

1. Какие виды случайных событий существуют?
 2. Что такое классическая вероятность?
 3. Что такое пространство элементарных событий?
 4. Что такое относительная частота события? Что понимается под устойчивостью относительной частоты?
 5. Что такое вероятностное пространство?
 6. Что называется геометрической вероятностью?
 7. Что такое статистическая вероятность?
 8. Что называется полной группой событий?
 9. Для каких событий применяется теорема сложения вероятностей?
- Дать формулировку теоремы для несовместных событий; б) совместных событий.
10. Что называется условной вероятностью?
 11. Для каких событий применяется теорема умножения вероятностей для независимых событий?
 12. Для каких событий применяется теорема сложения вероятностей для совместных событий?

13. Что называется условной вероятностью?
14. Для каких событий применяется теорема умножения вероятностей для зависимых событий?
15. Как вычислить вероятность появления хотя бы одного события?
16. В чем заключается формулу полной вероятности?
17. В чем заключается формулу Байеса?
18. Как формула Байеса связана с формулой полной вероятности?
19. Каким свойством обладают гипотезы в формуле полной вероятности и в формуле Байеса?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№ 11.13-11.23, 11.34-11.46, 11.62-11.75, 11.105-11.115, 11.117-11.137, 11.157-11.165.

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.2. / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 2001–с .11-26
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р.А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с. 219-242

Тема 3. Повторные независимые испытания (1 занятие)

Вопросы для обсуждения

1. Формула Бернулли.
2. Наивероятнейшая частота наступлений события.
3. Локальная теорема Лапласа.
4. Интегральная теорема Лапласа.

Практические задания

Выполнить задания [2]: №№12.1-12.34.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается определение повторных независимых испытаний?
2. При решении каких задач применяется формула Бернулли?
3. Является ли формула Бернулли точной или приближенной?
4. Что называется наивероятнейшим числом наступления события? Как оно вычисляется?
5. В чем заключается локальная и интегральная теоремы Лапласа?
6. Какие свойства имеют функции $\varphi(x)$ и $\Phi(x)$?
7. В чем заключается следствие из интегральной теоремы Лапласа и его доказательство?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№ 12.35-12.55.

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.2. / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 2001–с .29-41
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р.А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009 – с. 242-250

Тема 4. Дискретная случайная величина (1 занятие)

Вопросы для обсуждения

1. Определение случайной величины, дискретной случайной величины.
2. Закон распределения дискретной случайной величины.
3. Числовые характеристики дискретной случайной величины.

Практические задания

Выполнить задания [2]: №№ 13.1-13.10.

Контрольные вопросы

1. Что называется случайной величиной, дискретной и непрерывной случайной величиной?
2. В чем заключается определение закона распределения дискретной случайной величины? Как составляется закон распределения?
3. Какие числовые характеристики имеет дискретная случайная величина? Дать определения.
4. В чем заключается интерпретация математического ожидания?
5. Какие свойства имеет математическое ожидание?
6. Что такое дисперсия, среднее квадратическое отклонение? Какие свойства имеет дисперсия?
7. Что такое индикатор события?
8. В чем заключается теоремы о математическом ожидании и дисперсии числа появлений события в n независимых испытаниях?
9. Как составляется закон распределения комбинаций случайных величин?
10. Что такое начальные и центральные моменты?
11. Что такое коэффициенты асимметрии и эксцесса?
12. Что такое ковариация и коэффициент корреляции?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№ 13.16-13. 27.

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.2. / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 2001—с .43-63

2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р.А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с. 250-257

Тема 5. Непрерывная случайная величина (1 занятие)

Вопросы для обсуждения

1. Функция распределения и ее свойства.
2. Плотность распределения вероятностей и ее свойства.
3. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины.

Практические задания

Выполнить задания [2]: №№ 14.1-14.13.

Контрольные вопросы

1. Что такое функция распределения случайной величины?
2. Какими свойствами обладает функция распределения?
3. Что такое плотность распределения непрерывной случайной величины?
4. Какими свойствами обладает дифференциальная функция?
5. Какие числовые характеристики имеет непрерывная случайная величина?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№ 14.14-14.20.

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.2. / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 2001–с .63-79

2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р.А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с. 250-264

Тема 6. Системы случайных величин (для самостоятельного изучения).

Вопросы для изучения

1. Матрица распределения двумерной случайной величины.
2. Математический смысл элементов матрицы распределения.
3. Начальные и центральные моменты первого и второго порядков двумерной дискретной случайной величины.
4. Условный закон распределения X для двумерной случайной величины (X, Y) .
5. Коэффициенты ковариации и корреляции.

Контрольные вопросы

1. Что называется матрицей распределения двумерной случайной величины?
2. Математический смысл элементов матрицы распределения.
3. Дать определение начальных и центральных моментов первого и второго порядков двумерной дискретной случайной величины.
4. Что такое условный закон распределения X для двумерной случайной величины (X, Y) ?
5. Дать определение коэффициенту ковариации.
6. Что такое коэффициент корреляции?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№ 22.3, 22.9-22.12.

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.2. / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 2001–с .79-86
2. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/Под ред. В. И. Ермакова – М.: ИНФРА-М, 2005. – с. 132-136

*Тема 7. Основные законы распределения случайной величины (1/2 занятия)**Вопросы для обсуждения*

1. Закон нормального распределения.
2. Влияние параметров нормального распределения на форму кривой нормального распределения.
3. Теоремы о нормально распределенной случайной величине.
4. Правило трех сигм.
5. Функция Лапласа.
6. Законы распределения вероятностей: биномиальное, Пуассона, равномерное, экспоненциальное (показательное).
7. Простейший поток событий.

Практические задания

Выполнить задания [2]: №№ 15.1-15.24.

Контрольные вопросы

1. Что мы называем параметрами нормального распределения?
2. Какой вид имеет функция плотности нормального распределения случайной величины, у которой математическое ожидание равно 3, а дисперсия 6,25?
3. Каковы свойства нормального распределения?
4. В чем заключается правило трёх сигм?
5. В чем заключается биномиальный закон распределения?

6. Какие формулы имеют числовые характеристики биномиального закона распределения?
7. В чем заключается закон распределения Пуассона? При каких n и p применяется распределение Пуассона?
8. Какие формулы имеют числовые характеристики распределения Пуассона?
9. Что такое равномерное распределение?
10. Какие формулы имеют числовые характеристики равномерного распределения?
11. Что такое показательное распределение? Какой оно имеет параметр?
12. Какие формулы имеют числовые характеристики показательного распределения?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№15.25-15.33.

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.2. / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 2001–с .92-120
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р.А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009 – с. 264-271

Тема 8. Закон больших чисел (для самостоятельного изучения)

Вопросы для изучения

1. Неравенство Чебышева, лемма Маркова.
2. Обобщенная теорема Чебышева.
3. Сущность теоремы Чебышева и ее значение для экономической практики.
4. Закон больших чисел и его следствия.

5. Теоремы Бернулли и Пуассона, их экономический смысл.
6. Особая роль нормального распределения.
7. Центральная предельная теорема.

Контрольные вопросы

1. Что понимается под законом больших чисел?
2. В чем заключается неравенство Чебышева и лемма Маркова?
3. В чем заключается теорема Чебышева?
4. В чем заключаются теоремы Бернулли и Пуассона? В чем отличие этих теорем? Каково их практическое приложение?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2] : №№ 16.1-16.17.

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.2. / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 2001–с .125-138
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р.А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с. 271-278

Тема 9. Случайные процессы. Цепи Маркова (для самостоятельного изучения)

Вопросы для изучения

1. Понятие цепи Маркова.
2. Использование цепи Маркова в моделировании социально-экономических процессов.
3. Однородная цепь Маркова.
4. Переходные вероятности.

5. Матрица перехода.
6. Равенство Маркова.
7. Понятие марковского процесса.

Контрольные вопросы

1. Что такое марковский процесс?
2. Что такое граф состояний?
3. Что такое цепь Маркова?
4. Что такое вероятности состояний?
5. Что такое начальное распределение вероятностей?
6. Что такое переходная вероятность?
7. Какая марковская цепь называется однородной?
8. Дайте определение матрицы перехода.
9. Запишите равенство Маркова.

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [3] (§ 27): №№ 27.1-27.12, 28.1-28.13; [4]: №№ 17.1-17.12.

Рекомендуемая литература

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Высшая школа, 1999 – с.134-179
2. Коршунов Д.А., Фосс С.Г., Эйсымонт И.М. Сборник задач по теории вероятностей. – М: Изд-во «Лань», 2004. . – с. 192-195
3. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р.А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с. 278-285

*Тема 10. Выборочный метод (1 занятие)**Вопросы для обсуждения*

1. Сущность выборочного наблюдения.
2. Выборочная и генеральная совокупности.
3. Способы отбора: повторный и бесповторный.
4. Типы отбора.
5. Статистическое распределение выборки.
6. Характеристики выборочной и генеральной совокупностей.
7. Ошибки репрезентативности.
8. Теорема Чебышева - Ляпунова.
9. Доверительный интервал для генеральной средней и генеральной доли.

Практические задания

Выполнить задания [2]: №№ 18.1-18.12, 18.23-18.32.

Контрольные вопросы

1. Что называется генеральной совокупностью?
2. В чем состоит сущность выборочного наблюдения?
3. Что называется выборочной совокупностью?
4. Какие характеристики имеют генеральная и выборочная совокупности?
5. Что такое ошибка репрезентативности?
6. Что называется точечной оценкой параметра?
7. Что называется несмещенной, эффективной и состоятельной оценками?
8. Что такое доверительный интервал и доверительная вероятность?
9. Как рассчитать необходимую численность выборки для собственно случайного способа отбора? Какой отбор называется типическим?
10. Какой отбор называется серийным?
11. Как рассчитать выборки для типического способа отбора?

12. Как рассчитать доверительный интервал для типического и серийного способов отбора?

13. Как рассчитать необходимую численность выборки для серийного способа отбора?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№18.13-18.22, 18.33-18.40.

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.2./ Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 2001—с .141-172

2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р.А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с. 285-301

Тема 11. Критерии согласия χ^2 и Колмогорова (для самостоятельного изучения)

Вопросы для изучения

1. Критерий согласия χ^2 Пирсона.
2. Критерии согласия Колмогорова.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается критерий согласия χ^2 Пирсона?
2. В чем заключается критерий согласия Колмогорова?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№ 25.23-25.30.

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.2. / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 2001–с .176-190
2. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/Под ред. В. И. Ермакова – М.: ИНФРА-М, 2005. – с. 219-242

Тема 12. Статистическая проверка гипотез (1 занятие)

Вопросы для обсуждения

1. Классификация статистических гипотез.
2. Нулевая и конкурирующая, простые и сложные гипотезы.
3. Статистическое оценивание и проверка гипотез.
4. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы.
5. Критическая область и область принятия гипотезы.
6. Критические точки.
7. Сравнение двух дисперсией нормальных генеральных совокупностей.
8. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей.
9. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей.
10. Сравнение со «стандартом».

Практические задания

Выполнить задания [2]: №№19.1-19.19.11.

Контрольные вопросы

1. Что такое уровень значимости?
2. Что называется ошибками первого и второго рода?
3. Чем определяется критическая область? Виды критических областей.
4. Когда принимается нулевая гипотеза? Когда принимается конкурирующая гипотеза?

5. В чем отличие нахождения критических точек для односторонних и двусторонних областей при нормальном распределении, при распределении Фишера-Снедекора и Стьюдента?

6. В чем отличие нахождения критических точек для односторонних и двусторонних областей при нормальном распределении, при распределении Стьюдента?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№ 19.13-19.22.

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.2. / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 2001–с .176-190

2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р.А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с. 301-309

3. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ Под ред. В. И. Ермакова – М.: ИНФРА-М, 2005. – с. 219-242

Тема 13. Регрессионный анализ (0,75 занятия)

Вопросы для обсуждения

1. Статистические методы обработки экспериментальных данных.
2. Метод наименьших квадратов.
3. Виды взаимосвязей в математической статистике.
4. Регрессионный анализ.
5. Эмпирическая и выравнивающая линии регрессии.
6. Уравнения регрессии при линейной и нелинейной зависимостях.

Практические задания

Выполнить задания [2]: №№ 20.1 (п.1,2).

Контрольные вопросы

1. В чем состоит суть метода наименьших квадратов? Каково его применение?
2. В чем различие видов взаимосвязи, встречающихся в математической статистике?
3. Какие основные задачи решает метод корреляционного анализа?
4. Что является эмпирической линией регрессии?
5. Что такое уравнение регрессии?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: № 20.2 (п.1,2).

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.2. / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 2001–с .208-225
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р.А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009 – с. 312-319

*Тема 14. Корреляционный анализ (0,75 занятия)**Вопросы для обсуждения*

1. Парная корреляция.
2. Определение коэффициента корреляции.
3. Корреляционное отношение.
4. Оценка достоверности и проверка гипотезы о значимости коэффициента корреляции в генеральной совокупности.

Практические задания

Выполнить задания [2]: №№ 20.1(п.3,4).

Контрольные вопросы

1. Какими параметрами характеризуется теснота связи при парной корреляции?
2. Как проводится оценка значимости коэффициента корреляции в генеральной совокупности?
3. Как определяются доверительные границы для $r_{\text{ген}}$?
4. Какие свойства имеет выборочный коэффициент корреляции?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№ 20.1(п.3,4).

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.2. / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 2001—с .208-225
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р.А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009 – с. 312-319

*Тема 15. Временные ряды (для самостоятельного изучения)**Вопросы для изучения*

1. Классификация экономических прогнозов.
2. Виды временных рядов.
3. Сглаживание временных рядов.
4. Применение моделей кривых роста в экономическом прогнозировании.

Контрольные вопросы

1. Какие виды временных рядов Вы знаете?
2. Какие требования предъявляются к исходной информации по временным рядам?
3. Какие компоненты имеют временные ряды?
4. Как выполняется сглаживание временных рядов?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2] (4 раздел): №№1- 5.

Рекомендуемая литература

1. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Математика для экономистов: учеб. пособие.- СПб.: Питер, 2004—с.202-228
2. Практикум по эконометрике: учеб. пособие/ И.И.Елисеева, С.В. Курышева, Н.М. Гордеенко и др.; под. ред. И.И.Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2003 – с.83-95

Тема 16. Системы массового обслуживания Колмогорова (для самостоятельного изучения)

Вопросы для изучения

1. Формулировка задачи и характеристики систем массового обслуживания.
2. Эффективность использования ресурсов в системах массового обслуживания.

Контрольные вопросы

1. Каковы основные элементы систем массового обслуживания?
2. Как определяется эффективность использования ресурсов в СМО?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№ 4.1-4.5, 4.9, 4.10, 4.12.

Рекомендуемая литература

1. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Математика для экономистов: учеб. пособие.- СПб.: Питер, 2004–с.343-355
2. Сборник задач по курсу «Экономико-математическое моделирование». – М.: ОАО «Издательский дом «Городец»», 2005 – с.112-119

Примерные варианты заданий для текущего контроля знаний**Теория вероятностей****Вариант 1**

1. Для приготовления плова повар использует либо баранину, либо говядину. Вероятность купить баранину равна 0,6, вероятность купить говядину – 0,8. Найти вероятность того, что плов будет сварен.
2. Первый цех производит 70% изделий, второй – 30%. Вероятность брака в первом цехе равна 0,25, во втором – 0,2. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь будет бракованной.

Вариант 2

1. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,6, для второго – 0,55, для третьего – 0,5. Найти вероятность того, что из трех стрелков попадет хотя бы один.
2. Студенты двух групп выполняют контрольную работу по математике. В первой группе из 25 человек на «Отлично» выполнили 5, во второй группе из 27 человек – 7. После проверки все работы сложены в одну папку. Наудачу извлеченная из папки контрольная работа выполнена на «Отлично». Найти вероятность того, что эта работа выполнена студентом второй группы.

Вариант 3

1. Вероятность того, что студент в срок сдаст зачет по математике равна 0,6, по макроэкономике – 0,8. Найти вероятность того, что студент в срок сдаст один из предметов.

2. Первый цех производит 70% изделий, второй – 30%. Вероятность брака в первом цехе равна 0,25, во втором – 0,2. Наудачу извлеченная деталь оказалась стандартной. Какова вероятность того, что эта деталь изготовлена в первом цехе?

Вариант 4

1. Вероятность сдать экзамен для данного студента по математике на «Хорошо» равна 0,5, на «Отлично» - 0,4. Найти вероятность того, что студент на экзамене получит не менее четверки.

2. На складе находятся 75% изделий с первого завода и 25% со второго завода. Вероятность того, что изделия первого завода стандартны, равна 0,8, второго завода – 0,9. Найти вероятность того, что наудачу взятое изделие является стандартным.

Вариант 5

1. Вероятность попадания в корзину для данного баскетболиста равна 0,6. Найти вероятность того, что из тех бросков баскетболист попадет хотя бы в одном.

2. На складе имеются 65% изделий с первого завода и 35% со второго завода. Вероятность того, что изделия первого завода стандартны, равна 0,85, второго завода – 0,75. Наудачу взятое изделие оказалось стандартным. Какова вероятность того, что это изделие первого завода?

Вариант 6

1. Вероятность сдать зачет для одного студента равна 0,8, для другого – 0,7. Найти вероятность того, что только один из этих студентов сдаст зачет.

2. В первом ящике 40 деталей, во втором – 30 деталей, в третьем – 50 деталей. Вероятность брака в первом ящике равна 15%, во втором – 5%, в третьем – 10%. Все детали смешиваются и наудачу извлекается одна деталь. Найти вероятность того, что извлечена стандартная деталь.

Вариант 7

1. Для данного стрелка вероятность попадания при одном выстреле равна 0,7. Найти вероятность того, что при трех выстрелах будет хотя бы один промах.

2. Первый цех производит 60% изделий, второй – 40%. Вероятность брака в первом цехе равна 20%, во втором – 15%. Наудачу взятое изделие оказалось стандартным. Найти вероятность того, что это изделие первого цеха.

Вариант 8

1. Вероятность попадания в корзину для первого баскетболиста равна 0,7, для второго – 0,6. Найти вероятность того, что ни один баскетболист не попадет в корзину.

2. В первой коробке 30 яблок, из них 6 яблок – кислые, во второй коробке 40 яблок, из них 8 яблок – кислые, в третьей коробке 50 яблок, из них 10 яблок – кислые. Все яблоки переложили в большой ящик и наудачу извлекли одно яблоко. Оно оказалось кислым. Найти вероятность того, что это яблоко из второй коробки.

Вариант 9

1. Вероятность выигрыша по одному лотерейному билету равна 0,1. Найти вероятность того, что из 4 лотерейных билетов выиграет хотя бы один.

2. На складе содержатся 70% деталей с первого завода и 30% со второго завода. Вероятность брака с первого завода равна 0,15, со второго завода – 0,2. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь является стандартной.

Вариант 10

1. Вероятность того, что размер детали не соответствует стандарту, равна 0,2. Вероятность того, что вес детали не соответствует стандарту, равна 0,1. Найти вероятность того, что деталь не стандартная.

2. В первой коробке 30 яблок, из них 6 яблок – кислые, во второй коробке 40 яблок, из них 8 яблок – кислые, в третьей коробке 50 яблок, из них 10 яблок – кислые. Все яблоки переложили в большой ящик и наудачу извлекли одно яблоко. Оно оказалось сладким. Найти вероятность того, что это яблоко из третьей коробки.

Математическая статистика

1. Для определения средней урожайности пшеницы на площади 5000 га определена урожайность на площади 200 га. Средняя урожайность на обследованном участке составила 16 ц/га при дисперсии 3,24. С надежностью $\gamma = 0,9545$ найти доверительный интервал для средней урожайности со всей площади, если отбор:

а) повторный; б) бесповторный.

2. Доля сотрудников с высшим образованием на 30 обследованных предприятиях города составляет 40%. С надежностью 0,9973 найти доверительный интервал, в котором заключена доля сотрудников с высшим образованием по всем 180 предприятиям города, если отбор:

а) повторный; б) бесповторный.

3. Известно, что в районе 2500 вкладчиков. Сколько нужно отобрать вкладчиков сберегательных касс района, чтобы с вероятностью 0,9545 можно было утверждать, что ошибка выборки при определении среднего вклада не превышает 5 руб.? Среднее квадратическое отклонение равно 50 руб.

4. Какое число работников необходимо отобрать на заводе численностью 12000 работников, чтобы с вероятностью 0,9973 можно утверждать, что доля сотрудников с высшим образованием на заводе составляет 0,2? При этом ошибка выборки не должна превышать 0,08.

5. Для определения средней успеваемости студентов в вузе из 3000 студентов отобрали 250 студентов. Средняя успеваемость отобранных студентов составляет 85% при дисперсии 4. С надежностью 0,9545 найти доверительный интервал для средней успеваемости студентов всего вуза.

6. В магазинах города выборочное обследование среднего стажа работы 100 сотрудников показало, что он равен в среднем 10 годам при среднем квадратическом отклонении 2 года. С какой вероятностью можно утверждать, что отклонение полученной выборочной средней от генеральной средней не превысит 0,5 года?

7. Для обследования доли белка в привезенной на элеватор пшенице из автомашины с тремя тоннами пшеницы в лабораторию взяты 150 кг. зерен. Доля белка в этих зернах составляет 0,15. С какой вероятностью можно утверждать, что отклонение выборочной доли от генеральной доли не превысит 0,06?

8. В механическом цехе завода 1000 рабочих. Результаты выборочного обследования зарплаты X (тыс.руб.) 100 рабочих приведены в таблице:

X	3	6	8	10	12	14
m	7	8	9	12	4	10

Определить:

- а) среднюю зарплату рабочих;
- б) выборочную дисперсию;
- в) выборочную долю рабочих, имеющих зарплату не менее 8 тыс.руб.;
- г) доверительный интервал, в котором с надежностью 0,9545 заключена средняя зарплата рабочих всего цеха;
- д) доверительный интервал, в котором с надежностью 0,9973 заключена доля рабочих цеха, имеющих зарплату не менее 8 тыс.руб.

Рассмотреть повторный и бесповторный случаи отбора.

9. Для обследования стажа работы сотрудников предприятия численностью 2000 человек отобрано 100 сотрудников. Результаты сведены в таблицу:

Стаж работы, лет	1 – 5	5 – 9	9 – 13	13 – 17	17 – 21	21 – 25
Число рабочих	6	17	30	25	18	4

Определить:

- а) средний стаж работы рабочих;
- б) выборочную дисперсию;
- в) выборочную долю рабочих, имеющих стаж работы не более 17 лет;
- г) доверительный интервал, в котором с надежностью 0,9973 заключен средний стаж работы рабочих всего предприятия;
- д) доверительный интервал, в котором с надежностью 0,9545 заключена доля рабочих всего предприятия, имеющих стаж работы не более 17 лет.

10. Даны результаты выборочного обследования производительности труда 100 рабочих за смену:

Количество деталей	60 – 64	64 – 68	68 – 72	72 – 76	76 – 80	80 – 84
Число рабочих	11	15	22	26	17	9

Найти вероятность того, что средняя производительность труда всех рабочих завода отличается от средней производительности обследованных рабочих по абсолютной величине не более чем на 10 деталей, если всего рабочих на заводе 5000 человек.

Варианты заданий для самостоятельной работы при подготовке к контрольной работе и экзамену

Вариант 1

1. В ящике 200 деталей, изготовленных на I заводе, и 300 деталей, изготовленных на II заводе. Вероятность изготовления детали высшего качества на I заводе равна 0,7, а на II заводе 0,6. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная из ящика деталь – высшего качества.

2. Для проверки эффективности новой технологии отобраны две группы рабочих численностью $n_1 = 64$ чел. и $n_2 = 56$ чел. Средняя выработка в день

для первой группы, работающей по новой технологии, составила $\tilde{x}_1 = 80$ деталей, для второй группы – $\tilde{x}_2 = 72$ детали. Выборки извлечены из нормальных генеральных совокупностей с дисперсиями $D(X_1) = 90$, $D(X_2) = 75$. При уровне значимости $\alpha = 0,01$ проверить нулевую гипотезу $H_0 : \bar{x}_1 = \bar{x}_2$ при конкурирующей гипотезе $H_1 : \bar{x}_1 > \bar{x}_2$. Эффективнее ли новая технология?

Вариант 2

1. Из семян данного растения обычно всходят 70%. Найти вероятность того, что из 200 посаженных прорастут 150 семян.

2. Зависимость жирности молока $Y(\%)$ от возраста коровы X (лет) представлена в таблице:

X	2	3	4	5	6
Y	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5

Найти выборочный коэффициент корреляции. С надежностью $\gamma = 0,9973$ оценить коэффициент корреляции в генеральной совокупности при $N = 100$.

Вариант 3

1. Семена взойдут, если хотя бы в один из первых трех после посева дней пройдет дождь. Вероятности дождя в первый, второй и третий дни соответственно равны 0,5; 0,6; 0,2. Найти вероятность того, что семена взойдут.

2. По двум независимым выборкам объемов $n_1 = 50$ и $n_2 = 46$ ед., извлеченным из нормальных генеральных совокупностей, найдены выборочные средние $\tilde{x}_1 = 140$ и $\tilde{x}_2 = 145$. Дисперсии генеральных совокупностей известны: $D(X_1) = 13$, $D(X_2) = 16$. При $\alpha = 0,1$ проверить нулевую гипотезу $H_0 : \bar{x}_1 = \bar{x}_2$ при конкурирующей $H_1 : \bar{x}_1 < \bar{x}_2$. Существенно ли расхождение между выборочными средними?

Вариант 4

1. Баскетболист делает 3 броска в корзину. Вероятность промаха при броске равна 0,2. Составить закон распределения случайной величины X – числа попаданий в корзину. Найти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

2. Зависимость веса ребенка Y (кг) от его возраста X (лет) представлена в таблице:

X	1	2	3	4	5
Y	9,5	13	16	17	19

Найти уравнение регрессии и спрогнозировать значение веса ребенка при $x_0 = 7$.

Вариант 5

1. Батарея сделала 30 выстрелов по военному объекту. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,8. Найти наивероятнейшее число попаданий и вероятность именно этого числа попаданий.

2. Средний вес таблетки должен быть равен $a=10$ мг. Выборочная проверка 50 таблеток полученной партии этого лекарства показала, что средний вес таблетки этой партии $\tilde{x} = 9,85$ мг. При уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить нулевую гипотезу $H_0 : \bar{x} = a = 10$ при конкурирующей гипотезе $H_1 : \bar{x} \neq a$. Известно, что вес таблетки распределен нормально, а генеральная дисперсия $D(X)=0,0025$ мг². Удовлетворяет ли средний вес таблетки стандарту a ?

Вариант 6

1. Вероятность того, что наудачу взятая деталь стандартна, равна 0,9. Из партии деталей поочередно извлекаются детали и подвергаются проверке до

обнаружения первой бракованной детали, но не более трех деталей. Составить закон распределения случайной величины X – числа проверок.

2. В рабочем поселке, в котором проживает 1000 семей, методом случайного бесповторного отбора проведено обследование 100 семей. Результаты обследования приведены в таблице:

Количество детей	0	1	2	3	4	5
Число семей	1	28	36	22	11	2

С вероятностью 0,9973 определить доверительный интервал, в котором заключена доля семей рабочего поселка, имеющих трех и более детей.

Вариант 7

1. Предприятие выпускает 90% изделий без дефектов. Составить закон распределения случайной величины X – числа изделий без дефектов из взятых наудачу четырех изделий.

2. На фабрике, где число работниц составляет 500 человек, методом случайного бесповторного отбора проведено обследование возраста работниц. Результаты обследования следующие:

Возраст (лет)	до 25	25-35	35-45	45-55	Старше 55
Число работниц	6	12	20	8	4

С вероятностью 0,9545 определить доверительный интервал, в котором находится доля работниц 35 лет и старше.

Вариант 8

1. Вероятность того, что хотя бы один из четырех студентов – отличник, равна 0,1855. Найти вероятность того, что наудачу вызванный студент – отличник.

2. На ткацкой фабрике, где работают 2000 ткачих, методом механического отбора проведено выборочное обследование квалификации 200 ткачих. Получены следующие данные:

Тарифные разряды	1	2	3	4	5	6
Число ткачих	20	30	40	60	30	20

С надежностью 0,9545 определить доверительный интервал для среднего тарифного разряда ткачих всей фабрики.

Вариант 9

1. Вероятность того, что из трех студентов хотя бы один – заочник, равна 0,488. Найти вероятность того, что среди 100 наудачу выбранных студентов:
а) 25 студентов – заочники; б) число заочников не более 30, но не менее 15.

2. Зависимость средней выработки одного рабочего за смену Y (шт.) от квалификации X (разряды) приведена в таблице

X	1	2	3	4	5
Y	10	14	19	25	32

Найти уравнение регрессии и спрогнозировать значение средней выработки при $x_0 = 6$.

Вариант 10

1. Вероятность того, что первый стрелок поразит цель, равна 0,7, второй – 0,6. Найти вероятность того, что:

- а) только один стрелок поразит цель;
- б) оба стрелка промахнутся.

2. Стандартный вес пачки чая должен быть 100 г. Выборочная проверка 15 пачек чая показала, что средний вес обследованных пачек равен 99 г. При

уровне значимости $\alpha = 0,01$ проверить нулевую гипотезу $H_0 : \bar{x} = a = 100$ при $H_1 : \bar{x} \neq 100$. Соответствует ли вес пачки стандарту?

Рекомендуемая литература

1. Математика: Учебное пособие для экономических специальностей вузов. Ч.1/Под редакцией Р.Ш. Марданова.–Казань: Изд-во КФЭИ, 1999.–532с.
2. Математика: Учебное пособие для экономических специальностей вузов. Ч.2/Под редакцией Р.Ш. Марданова.–Казань: Изд-во КФЭИ, 2001.–283с.